

Problemas Varios

¿Cuántos números de cuatro cifras distintos impares hay? ¿Cuántos son pares?

¿Cuántas maneras se pueden sentar 7 personas alrededor de una mesa redonda?

En una tienda hay 5 diferentes sabores de refrescos. Si se quieren comprar 20 refrescos ¿De cuántas maneras diferentes se puede hacer esto?

¿Cuántos números distintos de 9 cifras se pueden escribir usando los dígitos 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4

¿Cuántos subconjuntos de $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ contienen al menos un número primo

Una persona tiene 6 amigos. Cada noche, durante 5 días, invita a cenar a un grupo de 3 de ellos de modo que el mismo grupo no es invitado dos veces. ¿Cuántas maneras hay de hacer esto?

Supongamos que queremos formar 5 pilas de cajas con las siguientes condiciones: cada pila debe tener entre una y cinco cajas. Además, cada pila no debe tener más cajas que la pila de su izquierda. ¿De cuántas formas podemos hacer esto?

En un salón de clases rectangular hay 5 filas de asientos con 7 asientos cada una, la maestra les dice a sus alumnos que todos se levanten y se sienten en alguna de las sillas a su derecha, su izquierda, adelante o atrás sin que halla 2 niños en la misma silla. Pepito le dice que esto es imposible de hacer. ¿Tiene razón Pepito? ¿Por qué?

Problema 1(OMM2019): Una lista de enteros positivos es buena si el número más grande de la lista aparece una sola vez. Una sublista es una lista formada por números consecutivos en la lista. Una lista muy buena es una lista tal que todas sus sublistas son buenas. Encuentra el mínimo k tal que existe una lista muy buena de tamaño 2019 que use a lo más k números diferentes

- Si te dieran T consultas para un tamaño N ¿Cómo resolverías este mismo problema?

$$1 \leq T \leq 10^6$$

$$1 \leq N \leq 2^{60}$$

Ana escribe todos los números de 25 dígitos que se pueden formar usando los dígitos $\{1, 2, 3, 4\}$ y que tienen la misma cantidad de dígitos 1 que de dígitos 2. Beto escribe todos los números de 50 dígitos formados con 25 dígitos 1's y 25 dígitos 2's. Demuestra que ambas personas escribieron la misma cantidad de números

En el senado, cada miembro tiene a lo más 3 enemigos. Prueba que podemos separar a los miembros del senado en 2 cuartos de tal forma que cada miembro tiene a lo más un enemigo en su cuarto.(Si A es enemigo de B entonces B es enemigo de A)

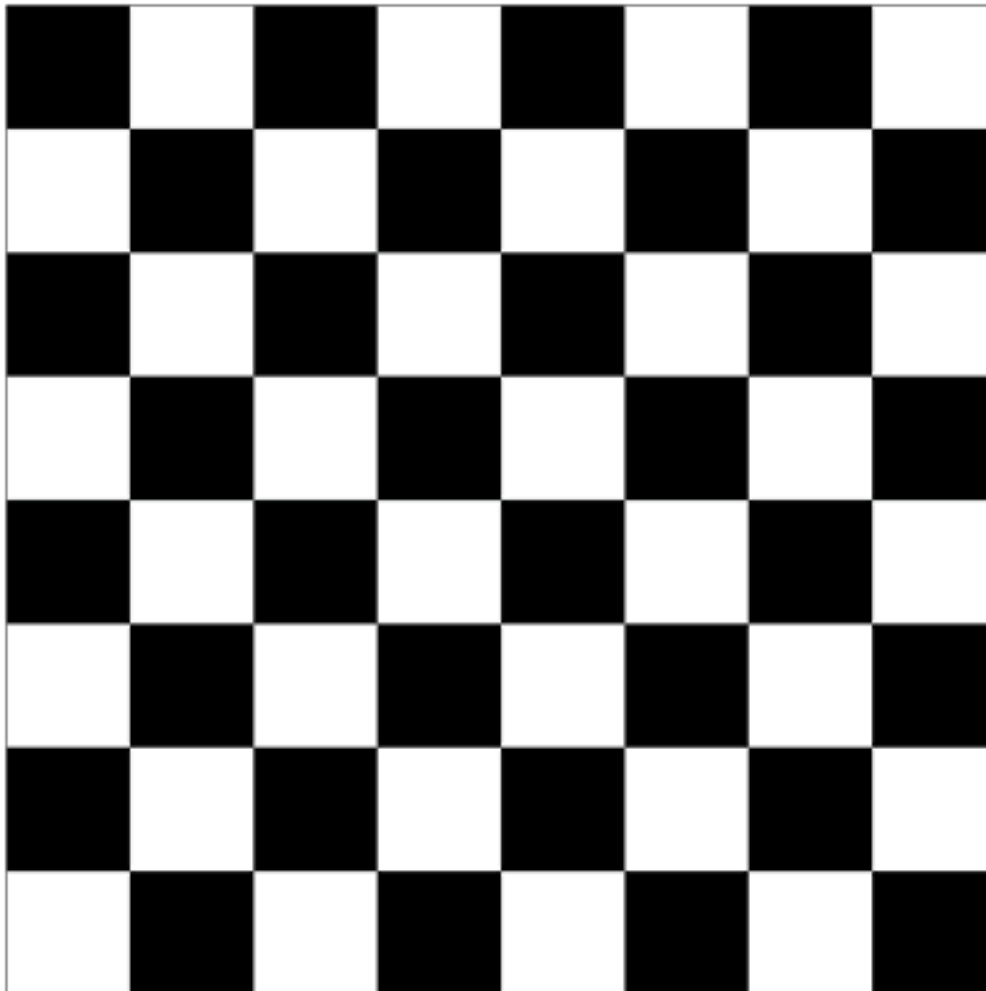
Problemas Gran Premio de México 2020

Repechaje

Problema A

Atsa is constantly looking for new ways to have fun during this quarantine, she used to play checkers against her friends but, after winning against each of them, no one wants to play checkers against her anymore. Atsa now considers to play checkers alone, but found a more interesting way to challenge herself.

A checkers board is represented by a rectangular grid with N rows and M columns, with a total of $N \times M$ cells. Each cell has a light color, or a dark color, in such way that no adjacent cells have the same color, the figure below shows a checkers board with 8 rows and 8 columns:



Since Atsa has a lot of checkers boards, she also has a lot of stones to play checkers, she has enough stones to place at least one stone on each cell of any of her checkers boards. Similar to the cells in the board, each stone is either light colored or dark colored. Atsa found that if she places a light colored stone on each light colored cell of the board, and a dark colored stone on each dark colored cell, then all squares of 2×2 cells in the board will have two dark colored stones, and two light colored stones, she defined this configuration as a “pairable” stones configurations. Atsa believes this is not the only “pairable” stones configuration in the board and decided to find all of them on each of the boards she has. Are you be able to find how many distinct “pairable” stones configurations can be placed in a checkers board?

$$N = 2, M = 2 \rightarrow 6$$

Problema H

Malva the marshmallow adopted a group of N super-smart hamsters. Since Malva is super responsible, he keeps a strict quarantine and has plenty of time at home. In the middle of his boredom, Malva came up with an idea: he would train his hamster friends!

After some time of thinking, Malva decided to start the training with a game whose rules are listed below:

- Malva cuts N^2 cards and fills N cards with the number 1, N with the number 2, N with the number 3, and so on.
- Malva has a whistle that plays for indicating the hamsters it is time to move on. At that moment, the hamsters take a card –whichever they want– and make a line with the N cards.
- The formed line may be considered succeeded or failed. Only in the former case, Malva will reward the rodents. Because these cute animals are brilliant and really want the prize, you can be sure they will never fail.
- For a configuration to be successful, every card in the line must be greater than or equal to all the numbers to the left.
- Once finished and evaluated the line, the rodents give the cards back and prepare for the next turn.

Malva has a complete training plan for the tiny animals, and this game is only the beginning of it. To approximate the time it could take, he wants to know how many valid configurations there are. Your mission, if you choose to accept it, is to help Malva to get that number.

For each case, print in a distinct line the number of valid lines the hamsters can create. Because that number could be huge, print it modulo $10^9 + 7$.

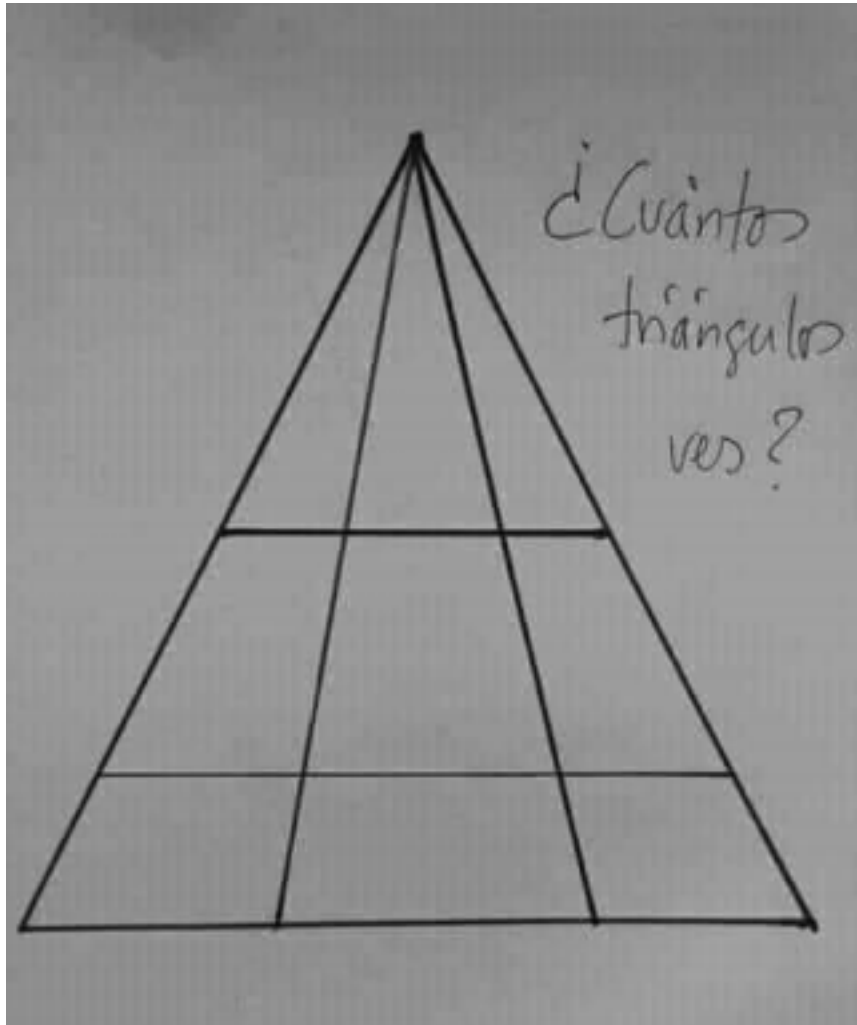
$N = 4 \rightarrow 35$

$N = 312 \rightarrow 653353651$

3ra Fecha

Problema C

Can you find how many triangles are in the following drawing?



Your task is to count the number of triangles in a drawing similar to the one above, where the outer triangle has N lines inside it going from the top to the base, and K lines inside that are parallel to its base.